

การทดสอบไคสแควร์

สถิติขั้นนำสำหรับจิตวิทยา
อ. สันทัด พรประเสริฐมานิต

แนะนำ

- ในการทดสอบทวินาม นักวิจัยสามารถเปรียบเทียบสัดส่วนข้อมูลกับประชากร ในกรณีที่ตัวแปรดังกล่าวสามารถแบ่งได้แค่ 2 ค่า
(Dichotomous variable)
- ในบางครั้ง นักวิจัยต้องการเปรียบเทียบสัดส่วน (Proportion) ของข้อมูลกับประชากร ในกรณีที่ตัวแปรดังกล่าวสามารถแบ่งได้มากกว่า 2 ค่า
 - เช่น ส่วนแบ่งทางการตลาดของรถยนต์ส่วนบุคคล แตกต่างจากเมื่อปีที่ผ่านมาหรือไม่
 - ลูกเต๋าออกหน้าทุกหน้าเท่าเทียมกันหรือไม่

แนะนำ

- สถิติไคสแควร์แบบความเหมาะสมของข้อมูล (Chi-square: goodness-of-fit) เป็นสถิติที่ใช้เปรียบเทียบข้อมูลแบบแบ่งประเภท (Categorical variable) กับสัดส่วนที่ตั้งไว้ในประชากร

มโนทัศน์พื้นฐาน

สถิติขั้นนำสำหรับจิตวิทยา

อ. สันทัด พรประเสริฐมานิต

มโนทัศน์พื้นฐาน

- ประชากรที่ทดสอบ จะกำหนดอัตราส่วนหรือร้อยละของกลุ่มต่างๆ มาให้
 - เช่น โอกาสที่ลูกเต๋าดูออก 1-6 มีเท่ากัน คือ ด้านละ $1/6$
 - อัตราส่วนในการเจอนิสิตป.ตรี ป.โท และ ป.เอก ในคณะจิตวิทยา เท่ากับ 75 : 50 : 1
- ค่าคาดหวัง (Expected Value) คือ จำนวนความถี่ที่น่าจะเจอมากที่สุด หากสมมติฐานว่างเป็นจริง
 - เช่น โยนลูกเต๋าดู 60 ครั้ง ค่าคาดหวังของการออกเลข 1-6 คือ ด้านละ 10 ครั้ง

มโนทัศน์พื้นฐาน

- ค่าสังเกตได้ (Observed Value) คือ ความถี่ของข้อมูลที่เก็บมาจริง หรือได้ทดลองจริง
 - เช่น โยนลูกเต๋า 60 ครั้ง ได้เลข 1-6 ทั้งหมด 11, 10, 11, 9, 8, 11 ครั้งตามลำดับ
- ยิ่งค่าสังเกตได้แตกต่างจากค่าคาดหวังมาก ยิ่งมีโอกาสน้อยที่จะสุ่มมาจากประชากรที่ตั้งเอาไว้
 - เช่น โยนลูกเต๋า 60 ครั้ง ได้ 11 : 10 : 11 : 9 : 8 : 11 หรือ 2 : 3 : 3 : 17 : 17 : 18

มโนทัศน์พื้นฐาน

- การวัดความแตกต่าง วัดโดยความแตกต่างระหว่างค่าสังเกตได้ และค่าคาดหวัง
 - $O - E$
- เนื่องจากผลรวมของค่าเบี่ยงเบนได้เท่ากับ 0 จึงนำความแตกต่างนั้นมา ยกกำลังสอง
 - $(O - E)^2$

มโนทัศน์พื้นฐาน

- แต่ทว่า กลุ่มใดมีค่าคาดหวังมาก จะส่งผลให้โอกาสเบี่ยงเบนได้จะสูง เช่น ค่าคาดหวังของการใช้นาฬิกาข้อมือในผู้ใหญ่
 - นาฬิกาอนาล็อก = 950 เรือน และนาฬิกาดิจิตอล = 50 เรือน (รวม 1,000 เรือน)
 - หากนาฬิกาดิจิตอลเพิ่มขึ้น 1 เรือน คิดเป็นเพิ่มขึ้น 2 % แต่สำหรับนาฬิกาอนาล็อก คิดเป็นเพิ่มขึ้น 0.1 %
- ด้วยเหตุนี้จึงต้องมีการปรับแก้ขนาดของค่าคาดหวัง
 - $(O - E)^2 / E$

มโนทัศน์พื้นฐาน

- ตัวอย่าง จากการสำรวจปี 2540 คนวัยทำงานใสนาฬิกา Analog 70 % ใสนาฬิกา Digital 10 % ไม่ใสนาฬิกา 20 %
- เก็บข้อมูลมา 100 คนในปีปัจจุบันจากการสุ่ม

	ใสนาฬิกา Analog	ใสนาฬิกา Digital	ไม่ใสนาฬิกา
ค่าสังเกตได้ (O)	80	5	15
ค่าคาดหวัง (E)	70	10	20
$(O - E)^2 / E$	1.43	2.5	1.25

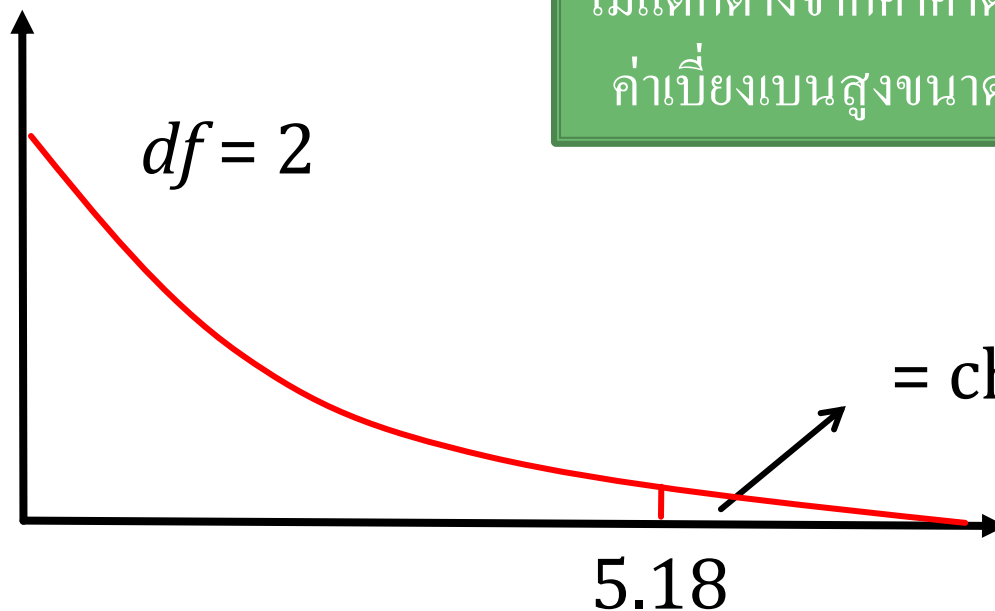
รวมความเบี่ยงเบน = 5.18

มโนทัศน์พื้นฐาน

- ค่าสังเกตได้ อาจแตกต่างจากค่าคาดหวัง เนื่องจากความแตกต่างที่เกิดจากการสุ่ม (Sampling Error)
 - เช่น โยนลูกเต๋าแล้วไม่จำเป็นว่าต้องออกทุกหน้าเท่ากัน
- ด้วยเหตุนี้ ผลรวมของความเบี่ยงเบนนั้น ก็ไม่จำเป็นจะต้องเท่ากับ 0 เสมอไป
- ยิ่งค่าสังเกตได้แตกต่างจากค่าคาดหวังมาก ผลรวมของความเบี่ยงเบนมีค่ามาก ยังมีโอกาสน้อยที่จะสุ่มมาจากระชากรที่ตั้งเอาไว้
- ผลรวมของความเบี่ยงเบน มีการกระจายแบบไคสแควร์ โดยที่
$$df = k - 1 \text{ (} k = \text{จำนวนกลุ่ม)}$$

มโนทัศน์พื้นฐาน

- เปรียบเทียบตัวอย่างนาฬิกา



โอกาสที่สุ่มจากประชากรที่ค่าสังเกตได้
ไม่แตกต่างจากค่าคาดหวัง แล้วเจอผลรวม
ค่าเบี่ยงเบนสูงขนาดนี้เท่ากับ 7.5 %

$$= \text{chidist}(5.18, 2) = 7.5 \%$$

มโนทัศน์พื้นฐาน

- จะเห็นว่า การแปลงข้อมูลจากค่าสังเกตได้ และค่าคาดหวัง เป็นผลรวมของความเบี่ยงเบน สามารถใช้ในการทดสอบสมมติฐานได้
 - การเกิดค่าสังเกตได้รูปแบบนี้ เกิดจากความแตกต่างจริง หรือความแตกต่างจากการสุ่ม

การทดสอบสมมติฐาน

สถิติขั้นนำสำหรับจิตวิทยา

อ. สันศักดิ์ พรประเสริฐมานิต

การทดสอบสมมติฐาน

- ความแตกต่างที่ได้ในกลุ่มตัวอย่างอาจเกิดจากการสุ่ม (Sampling Error)
 - เช่น กลุ่มตัวอย่างชอบโตโยต้าสูงกว่าปีที่ผ่านมา 2 % ชอบฮอนด้าต่ำกว่าปีที่ผ่านมา 3 % และชอบยี่ห้ออื่นสูงกว่าปีที่ผ่านมา 1 % อาจเกิดจากการสุ่ม
- ค่า p (p value) คือ ค่าที่บอกว่าโอกาสที่สุ่มประชากรที่มีอัตราส่วนดังกล่าว แล้วได้ค่าสังเกตได้รูปแบบนั้น หรือสุดโต่งกว่า มีโอกาสเท่าไร
- ถ้าน้อยกว่าระดับนัยสำคัญ จะปฏิเสธสมมติฐานว่าง (Reject H_0)
- ถ้ามากกว่าระดับนัยสำคัญ จะไม่สามารถปฏิเสธสมมติฐานว่าง (Fail to Reject H_0)

ค่าเปลี่ยนแปลง

- การตั้งสมมติฐานทางสถิติ $\rightarrow$ มีแบบสองทางเท่านั้น

$$H_0: \begin{cases} P_{O1} = P_{E1} \\ P_{O2} = P_{E2} \\ \vdots \\ P_{Ok} = P_{Ek} \end{cases}$$

H_1 : สมการอย่างน้อยหนึ่งสมการที่ไม่เป็นจริง

การทดสอบสมมติฐาน

■ เช่น

จำนวนผู้ปกครองเห็นด้วยกับการใช้
ไม้เรียวเพิ่มขึ้น เมื่อเปรียบเทียบกับ
ตอนเริ่มประกาศห้ามใช้ (30%)



$$\alpha = .05$$

ครูจึงสุ่มผู้ปกครองจำนวน 100 คน
แล้วสอบถามความคิดเห็นเรื่องการใช้ไม้เรียว



สมมติฐาน คือ ร้อยละของผู้ปกครอง
ที่เห็นด้วยกับการใช้ไม้เรียวสูงขึ้น



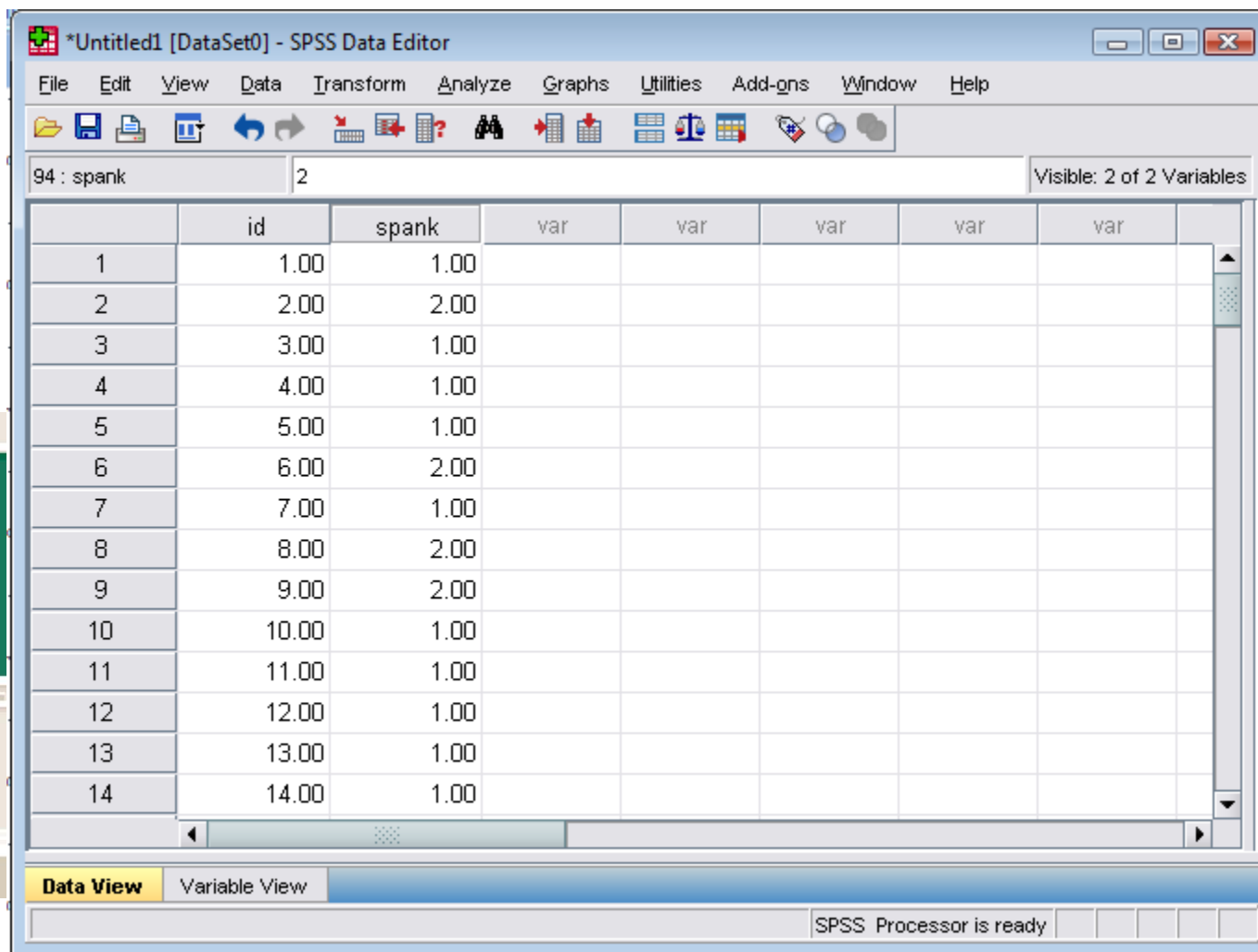
$$H_0: P_X = 0.3$$



$$H_1: P_X \neq 0.3$$

การทดสอบสมมติฐาน

■ เช่น



*Untitled1 [DataSet0] - SPSS Data Editor

File Edit View Data Transform Analyze Graphs Utilities Add-ons Window Help

94 : spank 2 Visible: 2 of 2 Variables

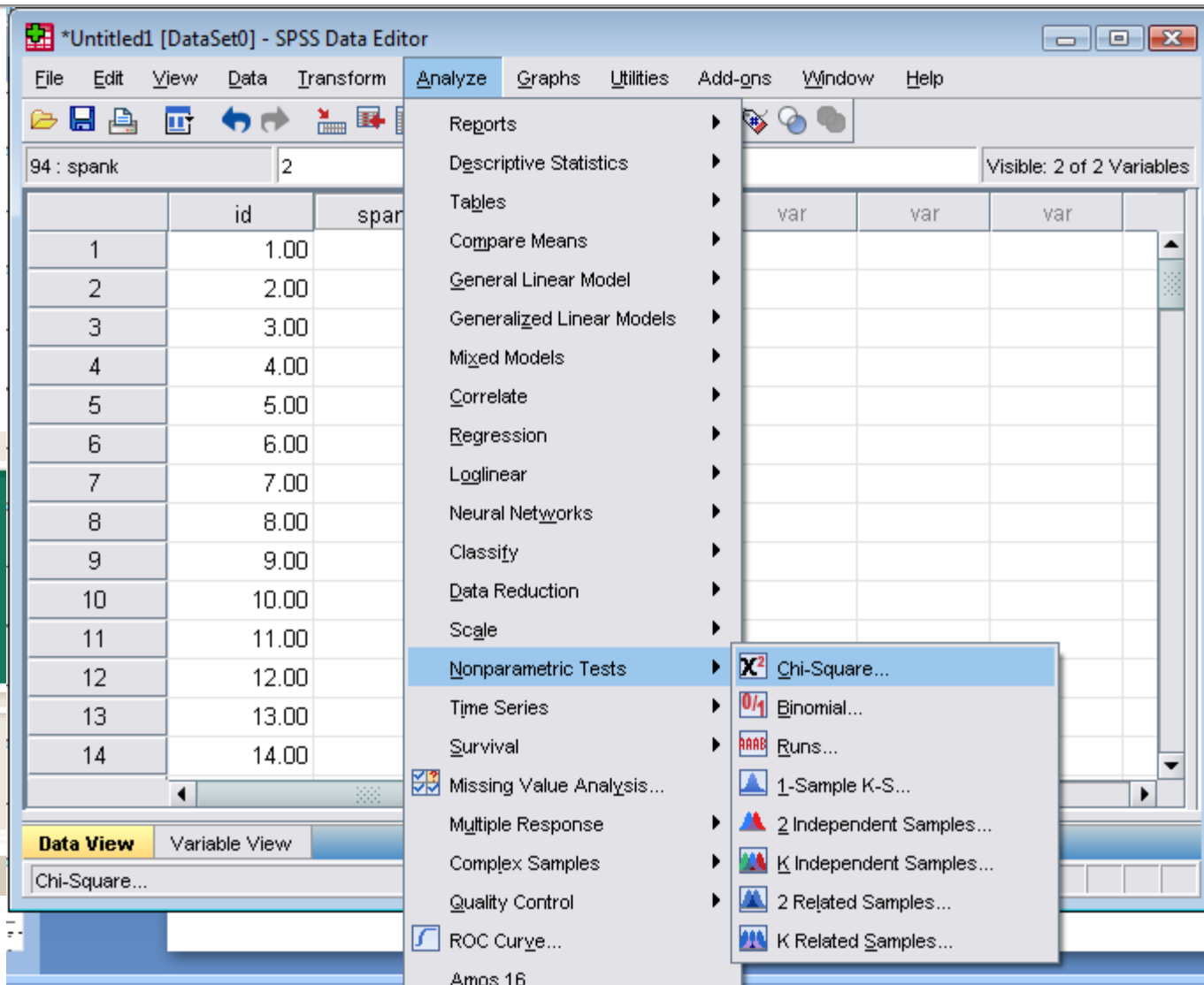
	id	spank	var	var	var	var	var
1	1.00	1.00					
2	2.00	2.00					
3	3.00	1.00					
4	4.00	1.00					
5	5.00	1.00					
6	6.00	2.00					
7	7.00	1.00					
8	8.00	2.00					
9	9.00	2.00					
10	10.00	1.00					
11	11.00	1.00					
12	12.00	1.00					
13	13.00	1.00					
14	14.00	1.00					

Data View Variable View

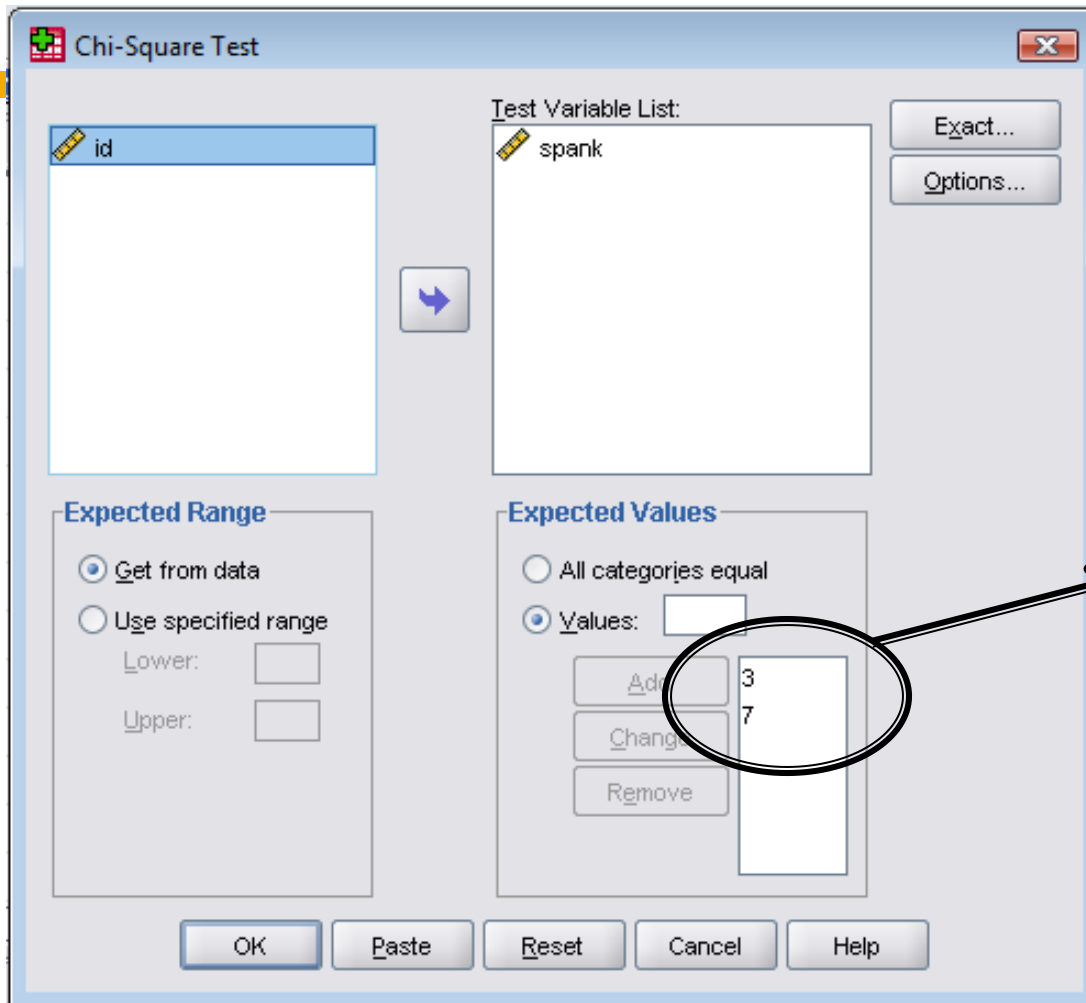
SPSS Processor is ready

การทดสอบสมมติฐาน

■ เช่น



การทดสอบสมมติฐาน



ใส่ค่าจากสมมติฐานว่าง
หรือค่าคาดหวัง
อัตราส่วนคาดหวัง
สนับสนุน ต่อ ไม่สนับสนุน
เท่ากับ 3 ต่อ 7

การทดสอบสมมติฐาน

■ เช่น

ผลต่างระหว่างค่าสังเกตได้

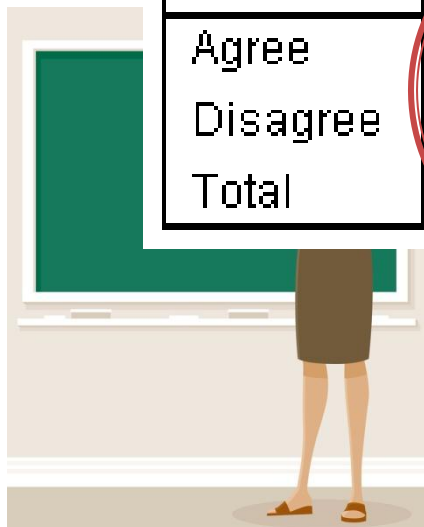
ค่าสังเกตได้

ค่าคาดหวัง

และค่าคาดหวัง

spank

	Observed N	Expected N	Residual
Agree	42	30.0	12.0
Disagree	58	70.0	-12.0
Total	100		



การทดสอบสมมติฐาน

■ เช่น

$$\chi^2(1, N = 100) = 6.86, p < .05$$

Test Statistics

	spark
Chi-Square	6.857 ^a
df	1
Asymp. Sig.	.009

ผลรวมของค่าเบี่ยงเบน เรียกว่า ค่าไคสแควร์

ค่า p

a. 0 cells (.0%) have expected frequencies less than 5. The minimum expected cell frequency is 30.0.



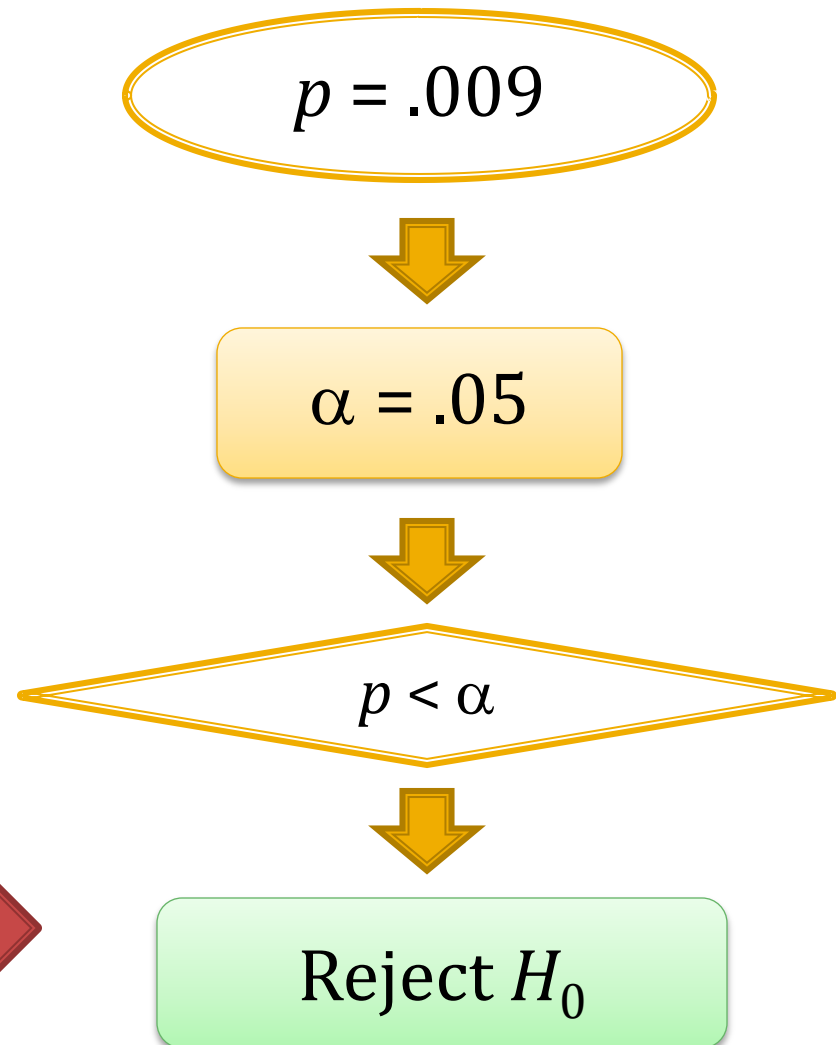
การทดสอบสมมติฐาน

■ เช่น

จำนวนผู้ปกครองเห็นด้วยกับการใช้
ไม้เรียวเพิ่มขึ้น เมื่อเปรียบเทียบกับ
ตอนเริ่มประกาศห้ามใช้ (30%)



จำนวนผู้ปกครองเห็นด้วยกับ
การใช้ไม้เรียวเพิ่มขึ้น



การทดสอบสมมติฐาน

■ เช่น

นักการตลาดต้องการดูว่าผู้บริโภคชอบปากกาสีดำ, น้ำเงิน, และแดงแตกต่างกันหรือไม่



นักวิจัยจึงสุ่มกลุ่มตัวอย่าง 50 คน แล้วให้เลือกปากกาด้ามหนึ่งเป็นของสมนาคุณหลังการทดลอง



สมมติฐาน คือ ความถี่ของการเลือกปากกาสีต่างๆ ของผู้ร่วมการทดลองแตกต่างกัน



$$\alpha = .05$$

$$H_0: P_1 = P_2 = P_3$$

H_1 : ความถี่การเลือกไม่เท่ากัน



การทดสอบสมมติฐาน

■ เช่น

ผลต่างระหว่างค่าสังเกตได้

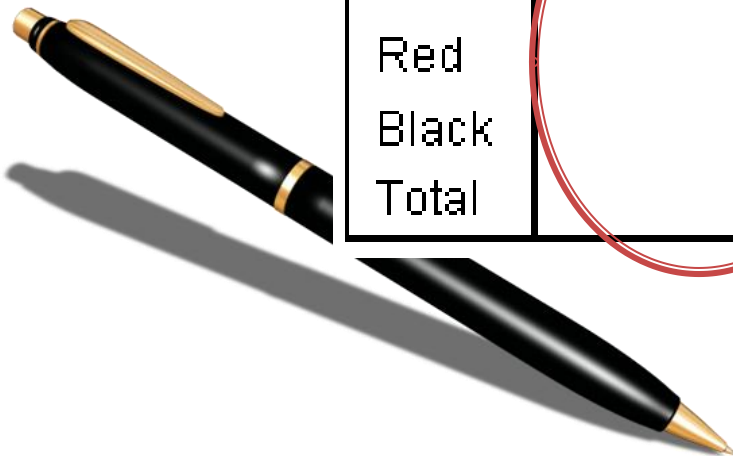
ค่าสังเกตได้

ค่าคาดหวัง

และค่าคาดหวัง

Pencolor

	Observed N	Expected N	Residual
Blue	29	16.7	12.3
Red	12	16.7	-4.7
Black	9	16.7	-7.7
Total	50		



การทดสอบสมมติฐาน

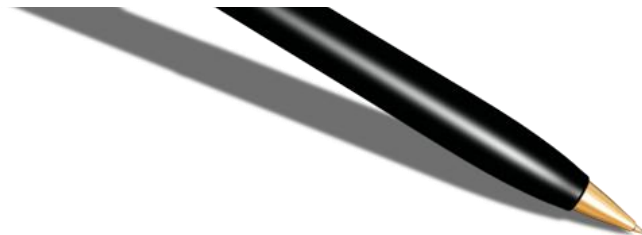
■ เช่น

$$\chi^2(2, N = 50) = 13.96, p < .05$$

Test Statistics

	Pencolor
Chi-Square	13.960 ^a
df	2
Asymp. Sig.	.001

a. 0 cells (.0%) have expected frequencies less than 5. The minimum expected cell frequency is 16.7.



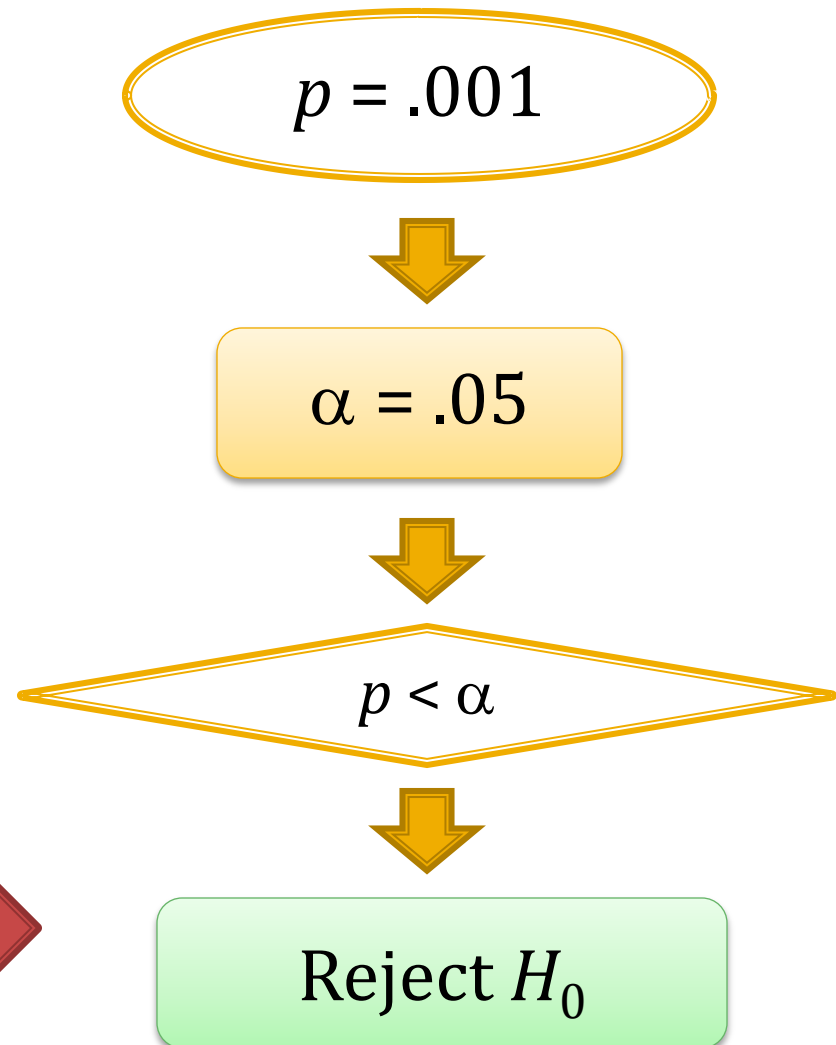
การทดสอบสมมติฐาน

■ เช่น

นักการตลาดต้องการดูว่าผู้บริโภค
ชอบปากกาสีดำ, น้ำเงิน, และแดง
แตกต่างกันหรือไม่



ผู้บริโภคชอบปากกาสีน้ำเงิน, ดำ, และ
แดงแตกต่างกัน (น้ำเงินสูงที่สุด)



ข้อตกลงเบื้องต้นก่อนการใช้สถิติ

สถิติขั้นนำสำหรับจิตวิทยา

อ. สันศักดิ์ พรประเสริฐมานิต

ข้อตกลงเบื้องต้นก่อนการใช้สถิติ

- ข้อมูลสามารถแบ่งได้เป็นกลุ่มต่างๆ ที่ขาดจากกัน (Mutually Exclusive) เท่านั้น
- กลุ่มที่มีต้องสามารถจำแนกข้อมูลทุกข้อมูลได้ (Exhaustive)
- ค่าคาดหวังของทุกกลุ่มต้อง ≥ 10 ถ้ามี 2 กลุ่ม และ ≥ 5 ถ้ามีมากกว่า 2 กลุ่ม

การเขียนรายงาน

สถิติขั้นนำสำหรับจิตวิทยา

อ. สันศักดิ์ พรประเสริฐมานิต

การเขียนรายงาน

- เช่น งานวิจัยนี้ต้องการทดสอบว่า ผู้บริโภคชอบปากกาสีน้ำเงิน แดง และดำแตกต่างกันหรือไม่ จากการเก็บข้อมูลจากผู้บริโภคจำนวน 50 คน ให้เลือกปากกา 3 สี พบว่าเลือกสีน้ำเงิน 29 คน (58%) สีแดง 12 คน (24%) และสีดำ 9 คน (18%) เมื่อทดสอบด้วยสถิติไคสแควร์พบว่า ผู้บริโภคชอบปากกาทั้งสามสีแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ ($\chi^2(2, N = 50) = 13.96, p < .05$)

การหาช่วงเชื่อมั่น

สถิติขั้นนำสำหรับจิตวิทยา

อ. สันศักดิ์ พรประเสริฐมานิต

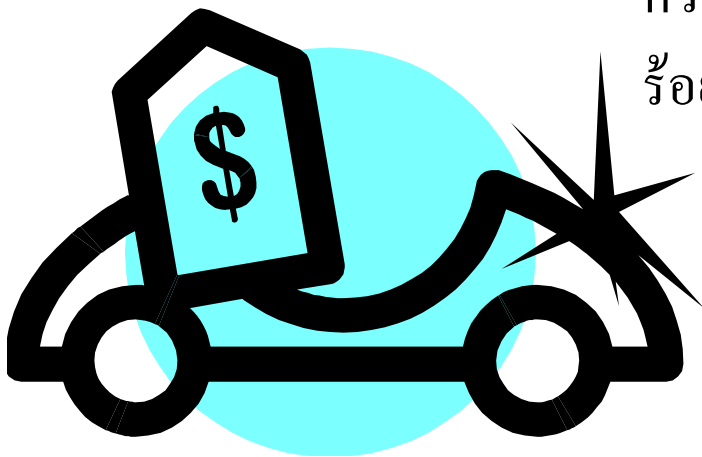
การหาช่วงเชื่อมั่น

- การหาช่วงเชื่อมั่น สามารถทำได้โดยการนำร้อยละของกลุ่มแต่ละกลุ่ม มาสร้างช่วงเชื่อมั่นด้วยตัวแปรทวินามได้โดยตรง จากสูตร

$$CI_{1-\alpha} = p \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

การหาช่วงเชื่อมั่น

นักการตลาดต้องการสำรวจความ
ปรารถนาในการใช้รถยนต์ระดับสูง
ยี่ห้อต่างๆ จากการสำรวจกลุ่มตัวอย่าง
ขนาด 500 คน หาช่วงเชื่อมั่น
ระดับ .95 ของร้อยละในแต่ละกลุ่ม



ความถี่
ร้อยละ

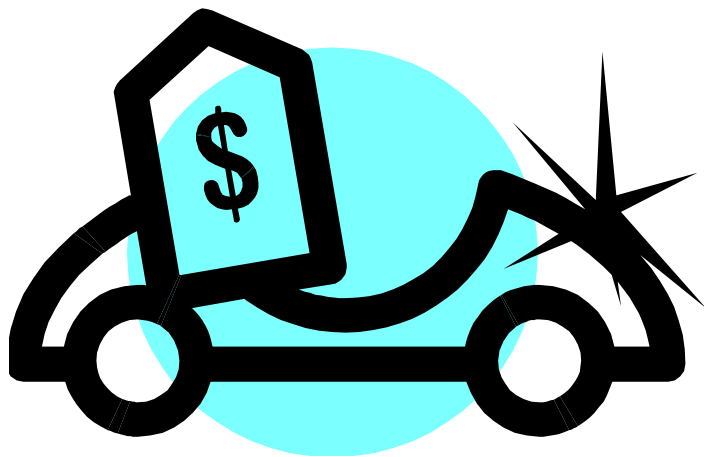
Benz	Lexus	BMW	Others
200	100	150	50
40%	20%	30%	10%

การหาช่วงเชื่อมั่น

Benz $p = .40$	$CI_{1-\alpha} = .40 \pm 1.96 \sqrt{\frac{.40(1-.40)}{500}}$	(.357, .443)
Lexus $p = .20$	$CI_{1-\alpha} = .20 \pm 1.96 \sqrt{\frac{.20(1-.20)}{500}}$	(.165, .235)
BMW $p = .30$	$CI_{1-\alpha} = .30 \pm 1.96 \sqrt{\frac{.30(1-.30)}{500}}$	(.260, .340)
Others $p = .10$	$CI_{1-\alpha} = .10 \pm 1.96 \sqrt{\frac{.10(1-.10)}{500}}$	(.074, .126)

การหาช่วงเชื่อมั่น

นักการตลาดต้องการสำรวจความ
ปรารถนาในการใช้รถยนต์ระดับสูง
ยี่ห้อต่างๆ จากการสำรวจกลุ่มตัวอย่าง
ขนาด 500 คน หาช่วงเชื่อมั่น
ระดับ .95 ของร้อยละในแต่ละกลุ่ม



สรุป

ช่วงเชื่อมั่นระดับ .95 ของความปรารถนา
ในการใช้รถยนต์ระดับสูงยี่ห้อต่างๆ เป็นดังนี้

Benz = 35% - 43%
Lexus = 16% - 24%
BMW = 26% - 34%
Others = 7% - 13%

การหาขนาดอิทธิพล

สถิติขั้นนำสำหรับจิตวิทยา

อ. สันศักดิ์ พรประเสริฐมานิต

การหาขนาดอิทธิพล

- ส่วนต่างของสัดส่วน สามารถหาได้โดยตรง เช่น

ยี่ห้อ	ปีปัจจุบัน	ปีที่ผ่านมา	ส่วนต่าง
Benz	.40	.45	-.05
Lexus	.20	.15	.05
BMW	.30	.28	.02
Others	.10	.12	-.02

การหาขนาดอิทธิพล

- การหาอัตราส่วนของความเสี่ยง สามารถหาได้โดยตรงเช่นกัน

ยี่ห้อ	ปีปัจจุบัน	ปีที่ผ่านมา	อัตราส่วนของความเสี่ยง
Benz	.40	.45	$.40/.45 = 0.89$
Lexus	.20	.15	$.20/.15 = 1.33$
BMW	.30	.28	$.30/.28 = 1.07$
Others	.10	.12	$.10/.12 = 0.83$

การหาขนาดอิทธิพล

- การหาอัตราส่วนของแต้มต่อ จะต้องแปลงสัดส่วนเป็นแต้มต่อก่อน

ยี่ห้อ	ปีปัจจุบัน		ปีที่ผ่านมา		อัตราส่วนของแต้มต่อ
	สัดส่วน	แต้มต่อ	สัดส่วน	แต้มต่อ	
Benz	.40	0.67	.45	0.82	$0.67/0.82 = 0.81$
Lexus	.20	0.25	.15	0.18	$0.25/0.18 = 1.42$
BMW	.30	0.43	.28	0.39	$0.43/0.39 = 1.10$
Others	.10	0.11	.12	0.14	$0.11/0.14 = 0.81$

ขนาดอิทธิพล

- ค่า **Cohen's w** วัดขนาดอิทธิพล ความแตกต่างโดยภาพรวมทั้งหมด ระหว่างสัดส่วนที่ได้ และสัดส่วนที่ได้จากสมมติฐานว่าง

$$w = \sqrt{\frac{\chi^2}{n}}$$

- เกณฑ์

■ .10 = น้อย .30 = ปานกลาง .50 = มาก

การหาขนาดอิทธิพล

■ เช้น

ยี่ห้อ	ปีปัจจุบัน (<i>O</i>)	ปีที่ผ่านมา (<i>E</i>)
Benz	200	225
Lexus	100	75
BMW	150	140
Others	50	60

$$\chi^2 = 13.49$$

$$w = \sqrt{\frac{13.49}{500}} = 0.164$$

การหากำลังของการทดสอบสมมติฐาน

สถิติขั้นนำสำหรับจิตวิทยา

อ. สันศักดิ์ พรประเสริฐมานิต

การหาคำสั่ง

- ใช้โปรแกรม G*POWER 3 โดย
 - เลือกกลุ่มสถิติที่ต้องการทดสอบ คือ χ^2 Test
 - เลือกสถิติที่ใช้ทดสอบ คือ Goodness-of-fit tests:
Contingency Tables
 - เลือกที่จะหาคำสั่งในการทดสอบ คือ Post hoc: Compute
achieved power – given α , sample size and effect
size

การหาคำสั่ง

■ เช่น

ขนาดอิทธิพล Cohen's w

ระดับนัยสำคัญ

ขนาดกลุ่มตัวอย่าง

$$df = \text{จำนวนกลุ่ม} - 1$$

The screenshot shows the G*Power software interface with the following settings and annotations:

- Test family:** χ^2 tests
- Statistical test:** Goodness-of-fit tests: Contingency tables
- Type of power analysis:** Post hoc: Compute achieved power – given α , sample size, and effect size
- Input Parameters:**
 - Effect size w: 0.3 (Annotated with "ขนาดอิทธิพล Cohen's w")
 - α err prob: 0.05 (Annotated with "ระดับนัยสำคัญ")
 - Total sample size: 150 (Annotated with "ขนาดกลุ่มตัวอย่าง")
 - Df: 2 (Annotated with "df = จำนวนกลุ่ม - 1")
- Output Parameters:**
 - Noncentrality parameter λ : 13.500000
 - Critical χ^2 : 5.991465
 - Power (1- β err prob): 0.918567

Annotations in Thai:

- Red arrows point from the text labels above to the corresponding input fields in the software.
- Blue arrows point from the text labels below to the corresponding output fields in the software.

ค่าพารามิเตอร์ที่เปี่ยงเบน

กำลังในการทดสอบสมมติฐานทางสถิติ

การกำหนดขนาดกลุ่มตัวอย่าง

สถิติขั้นนำสำหรับจิตวิทยา

อ. สันทัด พรประเสริฐมานิต

การกำหนดขนาดกลุ่มตัวอย่าง

- การกำหนดขนาดกลุ่มตัวอย่าง สามารถทำได้ 2 ประเภท คือ
 - การกำหนดขนาดกลุ่มตัวอย่างจากกำลังที่ต้องการ
 - การกำหนดขนาดกลุ่มตัวอย่างจากความผิดพลาดในการประมาณค่าพารามิเตอร์ (P)
- การกำหนดขนาดกลุ่มตัวอย่างจากความผิดพลาดในการประมาณค่าพารามิเตอร์ ใช้แนวคิดเดียวกับในบทการทดสอบทวินาม

การกำหนดขนาดกลุ่มตัวอย่าง

- การกำหนดขนาดกลุ่มตัวอย่างตามกำลังที่ต้องการ สามารถทำได้โดยใช้โปรแกรม **G*POWER 3** ช่วย
 - เลือกกลุ่มสถิติที่ต้องการทดสอบ คือ χ^2 Test
 - เลือกสถิติที่ใช้ทดสอบ คือ Goodness-of-fit tests:
Contingency Tables
 - เลือกว่าจะหากำลังในการทดสอบ คือ A Priori: Compute required sample size – given α , power and effect size

การกำหนดขนาดกลุ่มตัวอย่าง

- เช่น จงหากลุ่มตัวอย่างที่จะทำให้กำลังเท่ากับ **.80** และระดับนัยสำคัญเท่ากับ **.05** เมื่อขนาดอิทธิพลระดับปานกลาง และมี **3** กลุ่ม

Test family: χ^2 tests

Statistical test: Goodness-of-fit tests: Contingency tables

Type of power analysis: A priori: Compute required sample size - given α , power, and effect size

Input Parameters

Determine =>

Effect size w: 0.3

α err prob: 0.05

Power ($1 - \beta$ err prob): 0.80

Df: 2

Output Parameters

Noncentrality parameter λ : 9.720000

Critical χ^2 : 5.991465

Total sample size: 108

Actual power: 0.803694